

第1讲全等三角形的性质与判定（练习）

一、全等三角形的概念

练习

1. 有下列说法：①两个三角形全等，它们的形状一定相同；②两个三角形形状相同，它们一定是全等三角形；③两个三角形全等，它们的面积一定相等；④两个三角形面积相等，它们一定是全等三角形．其中正确的说法是（ ）．
- A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ②④

【答案】 C

【解析】 ①两个三角形全等，它们的形状一定相同，此说法正确；
②两个三角形形状相同，它们不一定是全等三角形，此说法错误；
③两个三角形全等，它们的面积一定相等，此说法正确；
④两个三角形面积相等，它们不一定是全等三角形，此说法错误；
综上，正确说法的是①③，
故选：C．

【标注】 【知识点】 全等形的定义

2. 下列说法正确的是（ ）．
- ①用一张相纸冲洗出来的10张1寸相片是全等形；②我国国旗上的4颗小五角星是全等形；③所有的正方形是全等形；④全等形三角形的面积一定相等．
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【答案】 C

【解析】 A 选项：能够完全重合的两个图形叫做全等形．
正确，用一张相纸冲洗出来的10张1寸相片，各相片可以完全重合，故是全等形；
B 选项：正确，我国国旗上的4颗小五角星是全等形；
C 选项：错误，所有的正方形边长不一定一样，故不能完全重合，不能称都是全等形；

D 选项：正确，全等形可以完全重合，故其面积一定相等．

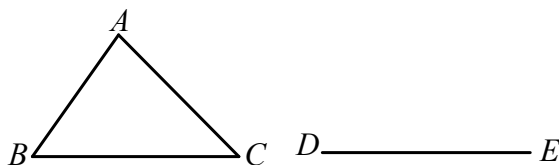
∴共有三个正确．

故选 C．

【标注】【知识点】全等形的定义

练习

3. 如图， $\triangle ABC$ 是不等边三角形， $DE = BC$ ，以 D 、 E 为两个顶点作位置不同的三角形，使所作的三角形与 $\triangle ABC$ 全等，这样的三角形最多可以画出（ ）．



A. 2个

B. 3个

C. 4个

D. 5个

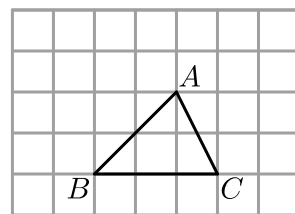
【答案】B

【解析】在 BC 的下侧，可以作两个三角形与 $\triangle ABC$ 全等，
在 BC 的上侧，可以作一个三角形与 $\triangle ABC$ 全等，
∴这样的三角形最多可以作3个．

故答案选：B．

【标注】【知识点】全等三角形的定义

4. 如图，在正方形网格内（每个小正方形的边长为1），有一格点三角形 ABC （三个顶点分别在正方形的格点上），现需要在网格内构造一个新的格点三角形与原三角形全等，且有一条边与原三角形的一条边重合，这样的三角形可以构造出（ ）．



A. 3个

B. 4个

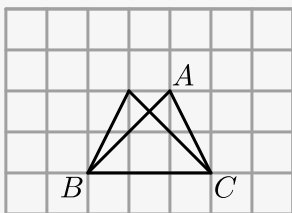
C. 5个

D. 6个

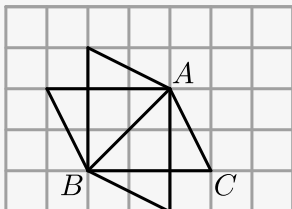
【答案】C

【解析】方法一：如图所示，

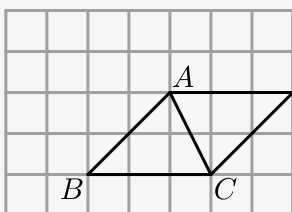
重合边为 BC 且与原三角形全等的有1个，



重合边为 AB 且与原三角形全等的有3个，



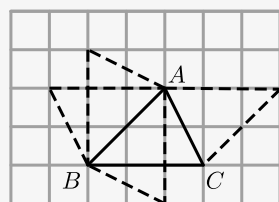
重合边为 AC 且与原三角形全等的有1个，



共5个。

故选C。

方法二：如图满足条件的三角形如图所示，有5个。



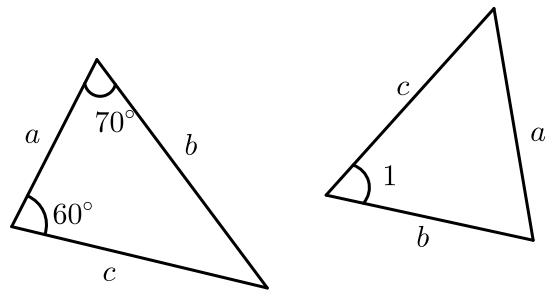
故选C。

【标注】【知识点】全等三角形计数问题

二、全等三角形的性质

练习

5. 若如图中的两个三角形全等，图中的字母表示三角形的边长，则 $\angle 1$ 的度数为（ ）。



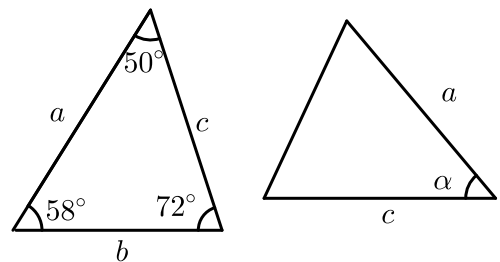
- A. 40° B. 50° C. 60° D. 70°

【答案】 B

【解析】 已知图中的两个三角形全等，图中的字母表示三角形的边长，
由图可知边 a 相邻的两个角分别为 60° ， 70° ，
所求角为边 a 的对角，
所以 $\angle 1 = 180 - 60^\circ - 70^\circ = 50^\circ$.
故选B .

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

6. 已知图中的两个三角形全等，则 $\angle \alpha$ 度数是 _____ .

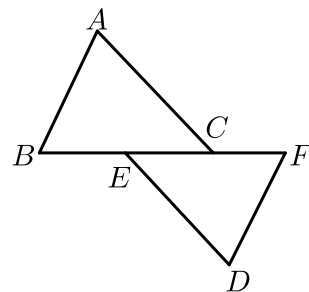


【答案】 50°

【解析】 $\because$ 图中两个三角形全等，
 $\therefore \alpha$ 对应的角为 72° ， c 对应的角为 58° ，
则 $\angle \alpha = 50^\circ$.

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

7. 如图所示，已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， $AB = 4\text{cm}$ ， $BC = 6\text{cm}$ ， $AC = 5\text{cm}$ ， $CF = 2\text{cm}$ ，
 $\angle A = 70^\circ$ ， $\angle B = 65^\circ$ ，则 $\angle F =$ _____， $DE =$ _____， $BE =$ _____ .



【答案】 45° ; 4cm ; 2cm

【解析】 $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$, $AB = 4\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$,

$$\therefore \angle A = \angle D , \angle E = \angle B , \angle F = \angle C ,$$

$$\therefore EF = BC ,$$

$$\therefore AB = EF = 4\text{cm} ,$$

$$\therefore EC = EF - CF$$

$$= 6 - 2$$

$$= 4\text{cm} ,$$

$$BE = BC - EC$$

$$= 6 - 4$$

$$= 2\text{cm} ,$$

$$\therefore \angle A = 70^\circ , \angle B = 65^\circ ,$$

$$\therefore \angle F = 180^\circ - \angle A - \angle B$$

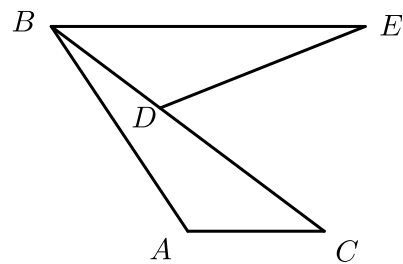
$$= 180^\circ - 70^\circ - 65^\circ$$

$$= 45^\circ .$$

故答案为 : 45° ; 4cm ; 2cm .

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

8. 如图 , $\triangle ABC \cong \triangle DEB$, $AB = DE$, $\angle E = \angle ABC$, 则 $\angle ACB$ 的对应角为 _____ , BD 的对应边为 _____ .



【答案】 $\angle DBE$; CA

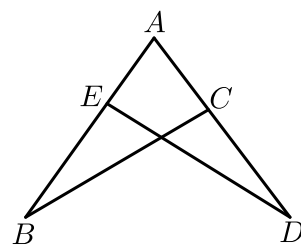
【解析】 根据全等三角形的对应关系，可得 $\angle ACB$ 对应 $\angle DBE$; BD 对应 CA .

故答案为 : $\angle DBE$; CA .

【标注】 【知识点】 全等三角形的对应边与角

练习

9. 如图，已知 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ，若 $AB = 7$ ， $AC = 3$ ，则 $BE =$ _____ .



【答案】 4

【解析】 $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$,

$$\therefore AB = AD, AC = AE,$$

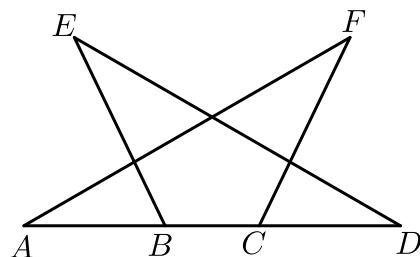
$$\therefore AB = 7, AC = 3.$$

$$\therefore AD = 7, AE = 3.$$

$$\therefore BE = AB - AE = 7 - 3 = 4.$$

【标注】 【知识点】 全等三角形的对应边与角

10. 如图， $\triangle ACF \cong \triangle DBE$ ，若 $AB = 4.5$ ， $BC = 3$ ，则线段 AD 的长是 _____ .



【答案】 12

【解析】 $\because \triangle ACF \cong \triangle DBE$,

$$\therefore AC = DB,$$

$$\therefore AD = AB + BC + CD,$$

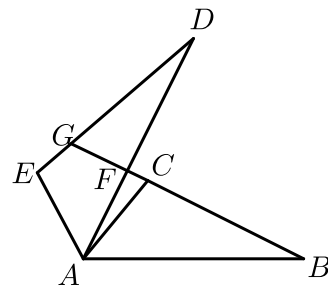
$$AB = 4.5, BC = 3,$$

$$\therefore AD = 12.$$

故答案为：12.

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

11. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ，且 $\angle CAD = 10^\circ$ ， $\angle B = \angle D = 25^\circ$ ， $\angle EAB = 120^\circ$ ，求 $\angle DFB$ 和 $\angle DGB$ 的度数.



【答案】 $\angle DFB = 90^\circ$ ， $\angle DGB = 65^\circ$.

【解析】 $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$,

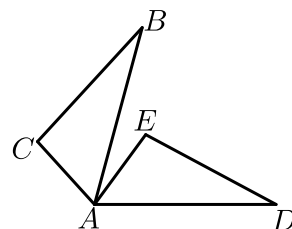
$$\therefore \angle DAE = \angle BAC = \frac{1}{2}(\angle EAB - \angle CAD) = \frac{1}{2}(120^\circ - 10^\circ) = 55^\circ.$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle DFB &= \angle FAB + \angle B = \angle FAC + \angle CAB + \angle B \\ &= 10^\circ + 55^\circ + 25^\circ = 90^\circ \end{aligned}$$

$$\therefore \angle DGB = \angle DFB - \angle D = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ.$$

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

12. 如图， $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ， $\angle B = 28^\circ$ ， $\angle E = 95^\circ$ ， $\angle EAB = 20^\circ$ ，则 $\angle BAD$ 等于（ ）.



A. 75°

B. 57°

C. 55°

D. 77°

【答案】D

【解析】 $\because \triangle ABC \cong \triangle ADE$,

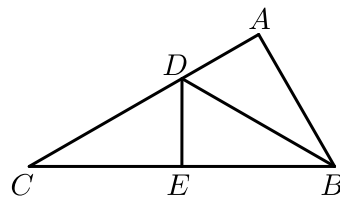
$$\therefore \angle B = \angle D = 28^\circ,$$

又 $\because \angle D + \angle E + \angle DAE = 180^\circ$,
 $\angle E = 95^\circ$,
 $\therefore \angle DAE = 180^\circ - 28^\circ - 95^\circ = 57^\circ$,
 $\therefore \angle EAB = 20^\circ$,
 $\therefore \angle BAD = \angle DAE + \angle EAB = 77^\circ$.
 故选D .

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

练习

13. 如图, D, E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AC, BC 上的点, 若 $\triangle ADB \cong \triangle EDB \cong \triangle EDC$, 则 $\angle C$ 的度数为 _____ .

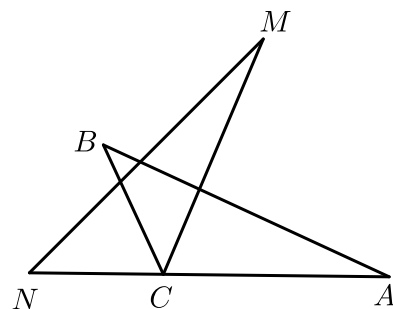


【答案】 30°

【解析】 $\because \triangle ADB \cong \triangle EDB \cong \triangle EDC$,
 $\therefore \angle A = \angle BED = \angle CED$, $\angle ABD = \angle EBD = \angle C$,
 $\therefore \angle BED + \angle CED = 180^\circ$,
 $\therefore \angle A = \angle BED = \angle CED = 90^\circ$,
 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C + 2\angle C + 90^\circ = 180^\circ$,
 $\therefore \angle C = 30^\circ$.
 故答案为: 30° .

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 A, C, N 共线, $\angle A : \angle ABC : \angle BCA = 2 : 4 : 9$, 若 $\triangle MNC \cong \triangle ABC$, 则 $\angle BCM : \angle BCN$ 等于 () .



A. 1 : 1

B. 1 : 2

C. 1 : 3

D. 1 : 4

【答案】 B

【解析】 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle ABC : \angle BCA = 2 : 4 : 9$,

设 $\angle A = 2x^\circ$, 则 $\angle ABC = 4x^\circ$, $\angle ACB = 9x^\circ$,

$$2x + 4x + 9x = 180,$$

解得 $x = 12$,

则 $\angle A = 24^\circ$, $\angle ABC = 48^\circ$, $\angle ACB = 108^\circ$,

$$\therefore \angle BCN = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ,$$

又 $\triangle MNC \cong \triangle ABC$,

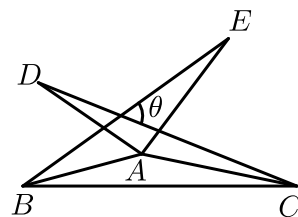
$$\therefore \angle ACB = \angle MCN = 108^\circ,$$

$$\therefore \angle BCM = \angle NCM - \angle BCN = 108^\circ - 72^\circ = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle BCM : \angle BCN = 36^\circ : 72^\circ = 1 : 2.$$

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

15. 如图, $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 分别沿着 AB 、 AC 边翻折 180° 形成的, 若 $\angle BAC = 145^\circ$, 则 $\angle \theta = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】 70°

【解析】 $\because \triangle ABC \cong \triangle ABE \cong \triangle ADC$,

$$\therefore \angle BAC = \angle BAE = \angle DAC = 145^\circ, \angle BEA = \angle BCA = \angle ACD,$$

$$\therefore \angle EAC = 360^\circ - \angle BAC - \angle BAE = 360^\circ - 145^\circ - 145^\circ = 70^\circ,$$

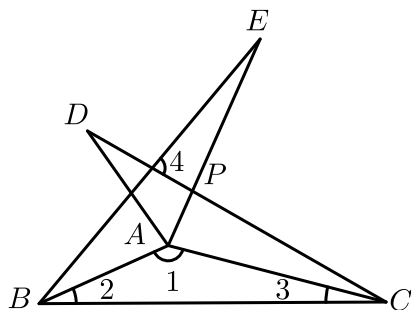
$$\therefore \angle BEA + \angle \theta = \angle EAC + \angle ACD,$$

$$\therefore \angle \theta = \angle EAC = 70^\circ .$$

【标注】【知识点】其它翻折问题

16. 如图， $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADC$ 是 $\triangle ABC$ 分别沿着 AB ， AC 翻折到同一平面内形成的．若

$\angle 1 : \angle 2 : \angle 3 = 28 : 5 : 3$ ，求 $\angle 4$ 的度数．



【答案】 $\angle 4 = 80^\circ$.

【标注】【知识点】对称型全等

练习

17. 下列说法不正确的是（ ）．

- A. 全等三角形对应角平分线相等，对应边上的高、中线也分别相等
- B. 全等三角形的周长和面积都相等
- C. 全等三角形的对应角相等，对应边相等
- D. 全等三角形是指周长和面积都相等的三角形

【答案】D

【解析】A 选项：全等三角形对应角平分线相等，对应边上的高、中线也分别相等，故A选项正确；

B 选项：全等三角形的周长和面积都相等，故B选项正确；

C 选项：全等三角形的对应角相等，对应边相等，故C选项正确；

D 选项：全等三角形是指形状和大小都相等的三角形，故D说法错误；

故选 D .

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

18. 如果 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， $\triangle DEF$ 的周长为13， $AB + BC = 7$ ，则 AC 的长是（ ）。

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

【答案】C

【解析】 $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， $\triangle DEF$ 的周长为13，
 $\therefore \triangle ABC$ 的周长为13， $AC = 13 - (AB + BC) = 6$ ，
故选C。

【标注】【知识点】全等三角形的周长与面积

19. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， $\triangle ABC$ 的面积是12， $DM \perp EF$ ， $DM = 6$ ， $EF = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】4

【解析】 $EF = \frac{2 \times 12}{6} = 4$ 。
故答案为：4。

【标注】【知识点】全等三角形的周长与面积

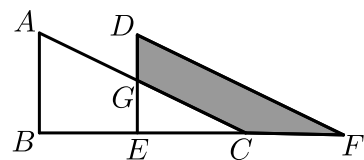
20. 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， $BC = EF = 4\text{cm}$ ， $\triangle ABC$ 的面积是 16cm^2 ，那么 $\triangle DEF$ 中 EF 边上的高是 $\underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$ 。

【答案】8

【解析】 $\because \triangle ABC \cong \triangle DEF$ ， $BC = EF = 4\text{cm}$ ，
 $\triangle ABC$ 的面积是 16cm^2 ，
 $\therefore \frac{1}{2}BC \cdot h = 16$ ，即 $h = 8\text{cm}$ ，
则 $\triangle DEF$ 中 EF 边上的高为 8cm ，
故答案为：8。

【标注】【知识点】全等三角形的周长与面积

21. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 6$ ，将 $\triangle ABC$ 平移至 $\triangle DEF$ 的位置，若四边形 $DGCF$ 的面积为15，且 $DG = 4$ ，则 $CF = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



【答案】 $\frac{15}{4}$

【解析】 根据题意得， $DE = AB = 6$ ，

设 $BE = CF = x$ ，

$\therefore CA \parallel DF$ ，

$\therefore EG = 6 - 4 = 2$ ，

$EG : GD = EC : CF$ ，

即 $2 : 4 = EC : x$ ，

$\therefore EC = \frac{1}{2}x$ ，

$\therefore EF = EC + CF = \frac{3}{2}x$ ，

$\therefore S_{\triangle EFD} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}x \times 6 = \frac{9}{2}x$ ；

$S_{\triangle ECG} = \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x$ ，

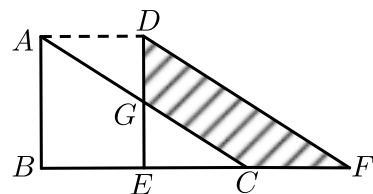
$\therefore S_{\text{阴影部分}} = \frac{9}{2}x - \frac{1}{2}x = 15$ 。

解得 $x = \frac{15}{4}$ ，

故答案为 $\frac{15}{4}$ 。

【标注】 【知识点】 平移作图

22. 如图，将直角 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移得直角 $\triangle DEF$ ，其中 $AB = 8\text{cm}$ ， $BE = 10\text{cm}$ ， $DG = 4\text{cm}$ ，则阴影部分的面积为 _____。



【答案】 60cm^2

【解析】 $\because AB = DE = 8\text{cm}$ ， $DG = 4\text{cm}$ ，

$\therefore GE = DE - DG = 4\text{cm}$ ，

$\therefore G$ 为 DE 中点，

$\therefore \triangle ADG \cong \triangle CEG$ ，

$$\therefore AD = CE = BE = 10\text{cm} ,$$

$$\therefore S_{\text{阴}} = S_{\triangle DEF} - S_{\triangle GEC} ,$$

$$\therefore S_{\text{阴}} = \frac{8 \times 20}{2} - \frac{4 \times 10}{2}$$

$$= 80 - 20$$

$$= 60\text{cm}^2 .$$

故答案为：60cm² .

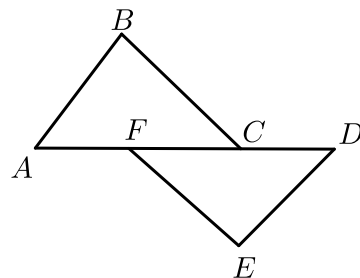
【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

三、全等三角形的判定

1. SSS

练习

23. 如图，已知 $AB = DE$ ， $BC = EF$ ，若利用“SSS”证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，还需要添加的一个直接条件是（ ）.



A. $AF = DC$

B. $AF = FD$

C. $DC = CF$

D. $AC = DF$

【答案】D

【解析】利用“SSS”证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，还需要添加的一个条件是 $AC = DF$ ，理由如下：

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中

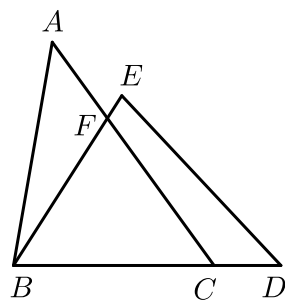
$$\begin{cases} AB = DE \\ BC = EF \\ AC = DF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (SSS)}$$

故选：D .

【标注】【知识点】SSS

24. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 中，点 C 在边 BD 上，边 AC 交边 BE 于点 F ．若 $AC = BD$ ， $AB = ED$ ， $BC = BE$ ，则 $\angle ACB$ 等于（ ）．



- A. $\angle EDB$ B. $\angle BED$ C. $\frac{1}{2}\angle AFB$ D. $2\angle ABF$

【答案】C

【解析】在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEB$ 中，

$$\begin{cases} AC = BD \\ AB = ED, \\ BC = BE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEB (SSS)$ ，

$\therefore \angle ACB = \angle DBE$ ．

$\therefore \angle AFB$ 是 $\triangle BCF$ 的外角，

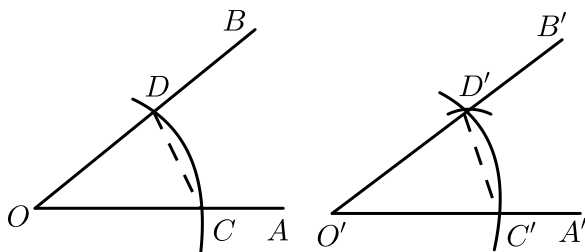
$\therefore \angle ACB + \angle DBE = \angle AFB$ ，

$$\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AFB．$$

故选C．

【标注】【知识点】SSS

25. 如图，是用直尺和圆规作一个角等于已知角的示意图，则说明 $\angle A'O'B' = \angle AOB$ 的依据是（ ）．



- A. SSS B. SAS C. AAS D. ASA

【答案】A

【解析】作图的步骤：①以 O 为圆心，任意长为半径画弧，分别交 OA 、 OB 于点 C 、 D ；

②任意作一点 O' ，作射线 $O'A'$ ，以 O' 为圆心， OC 长为半径画弧，交 $O'A'$ 于点 C' ；

③以 C' 为圆心， CD 长为半径画弧，交前弧于点 D' ；

④过点 D' 作射线 OB' ，

所以 $\angle A'O'B'$ 就是与 $\angle AOB$ 相等的角，

在 $\triangle OCD$ 与 $\triangle O'C'D'$ ， $O'C' = OC$ ， $O'D' = OD$ ， $C'D' = CD$ ，

$\therefore \triangle OCD \cong \triangle O'C'D'$ (SSS)，

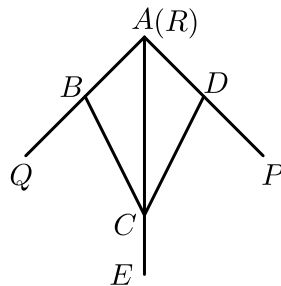
$\therefore \angle A'O'B' = \angle AOB$ ，

显然运用的判定方法是SSS，

故选：A．

【标注】【知识点】作图依据

26. 如图，小敏做了一个角平分仪 $ABCD$ ，其中 $AB = AD$ ， $BC = DC$ ．将仪器上的点 A 与 $\angle PRQ$ 的顶点 R 重合，调整 AB 和 AD ，使它们分别落在角的两边上，过点 A ， C 画一条射线 AE ， AE 就是 $\angle PRQ$ 的平分线．此角平分仪的画图原理是：根据仪器结构，可得 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ ，这样就有 $\angle QAE = \angle PAE$ ．则说明这两个三角形全等的依据是（ ）．



A. SAS

B. ASA

C. AAS

D. SSS

【答案】D

【解析】在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle ABC$ 中，

$$\begin{cases} AD = AB \\ DC = BC \\ AC = AC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle ABC$ (SSS)，

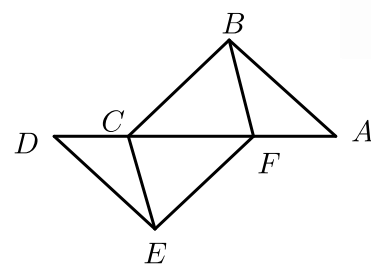
$\therefore \angle DAC = \angle BAC$ ，

即 $\angle QAE = \angle PAE$ ．

【标注】【知识点】SSS

27.

如图，已知：A、F、C、D在同一条直线上， $BC = EF$ ， $AB = DE$ ， $AF = CD$ ．求证：
 $BC \parallel EF$ ．

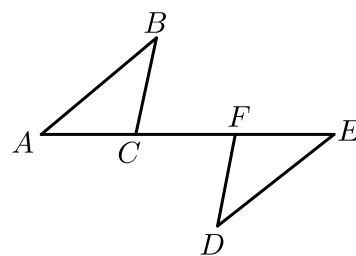


【答案】 证明见解析．

【解析】 如图， $\because AF = CD$ ，
 $\therefore AF + CF = CD + CF$ ，即 $AC = DF$ ，
 $\therefore$ 在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中， $\begin{cases} BC = EF \\ AB = DE \\ AC = DF \end{cases}$ ，
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (SSS)$ ，
 $\therefore \angle BCA = \angle EFD$ ，
 $\therefore BC \parallel EF$ ．

【标注】 【知识点】全等三角形的对应边与角

28. 已知：如图， $AB = DE$ ， $BC = DF$ ， $AF = CE$ ．求证： $BC \parallel DF$ ．



【答案】 证明见解析．

【解析】 $\because AF = CE$ ，
 $\therefore AF - CF = CE - CF$ ，
 $\therefore AC = EF$ ，
 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDF$ 中，
 $\begin{cases} AB = DE \\ BC = DF \\ AC = EF \end{cases}$ ，
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle EDF$ ，

$$\therefore \angle ACB = \angle EFD,$$

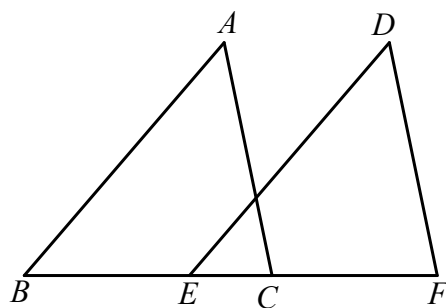
$$\therefore BC \parallel DF.$$

【标注】【知识点】SSS

2. SAS

练习

29. 如图, B, E, C, F 在同一直线上, $AB \parallel DE$, $AB = DE$, $BE = CF$, $AC = 6$, 则 $DF =$ _____.



【答案】6

【解析】 $\because BE = CF$,

$$\therefore BE + EC = CF + EC,$$

$$\text{即 } BC = EF,$$

$$\because AB \parallel DE,$$

$$\therefore \angle B = \angle DEF.$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,

$$\begin{cases} AB = DE \\ \angle B = \angle DEF \\ BC = EF \end{cases}$$

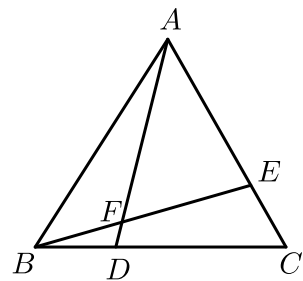
$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (\text{SAS}),$$

$$\therefore DF = AC = 6.$$

【标注】【知识点】SAS

【能力】运算能力

30. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 点 D, E 分别在边 BC, AC 上, 且 $BD = CE$, 若 BE 交 AD 于点 F , 则 $\angle AFE$ 的大小为 _____ (度).



【答案】 60

【解析】 $\because \triangle ABC$ 为等边三角形，点 D, E 分别在边 BC, AC 上，且 $BD = CE$ ，

$\therefore AB = BC, \angle ABD = \angle BCE = 60^\circ$ ，

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCE$ 中，

$$\begin{cases} AB = BC \\ \angle ABD = \angle BCE, \\ BD = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle BCE (\text{SAS})$ ，

$\therefore \angle BAD = \angle CBE$ ，

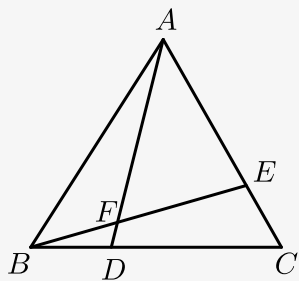
$\therefore \angle ABF + \angle CBE = \angle ABC = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle ABF + \angle BAD = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle AFE = \angle ABF + \angle BAD$ ，

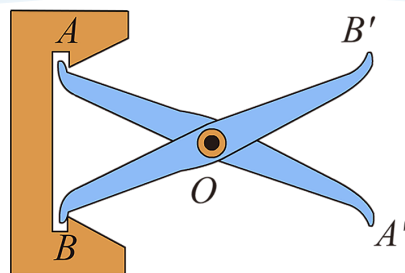
$\therefore \angle AFE = 60^\circ$ ，

故答案为 60。



【标注】【知识点】 SAS

31. 如图，将两根钢条 AA' 、 BB' 的中点 O 连在一起，使 AA' 、 BB' 可以绕着点 O 自由转动，就做成了一个测量工件，由三角形全等得出 $A'B'$ 的长等于内槽宽 AB ；那么判定 $\triangle OAB \cong \triangle OA'B'$ 的理由是 ()。



A. 边角边

B. 角边角

C. 边边边

D. 角角边

【答案】 A

【解析】 $\because O$ 是 AA' 、 BB' 的中点，

$$\therefore AO = A'O, BO = B'O,$$

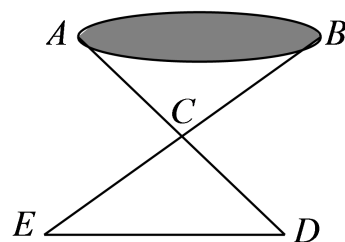
在 $\triangle OAB$ 和 $\triangle OA'B'$ 中，

$$\begin{cases} AO = A'O \\ \angle AOB = \angle A'OB' \\ BO = B'O \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OAB \cong \triangle OA'B' (SAS).$$

【标注】 【知识点】 SAS

32. 如图，有一池塘，要测池塘两端 A 、 B 的距离，可先在平地上取一个可以直接到达 A 和 B 的点 C ，连接 AC 并延长到 D ，使 $CD = CA$ 。连接 BC 并延长到 E ，使 $CE = CB$ 。连接 DE 。那么量出 DE 的长就是 AB 的距离。我们可以证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$ ，进而得出 $AB = DE$ 。那么判定 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 全等的依据是（ ）。



A. SSS

B. SAS

C. ASA

D. AAS

【答案】 B

【解析】 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 中，

$$\begin{cases} CA = CD \\ \angle ACB = \angle DCE \\ CB = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEC (SAS),$$

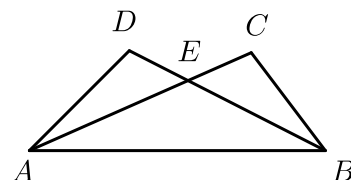
$$\therefore AB = DE .$$

【标注】【知识点】SAS

【知识点】全等三角形的对应边与角

【能力】推理论证能力

33. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 中， AC 与 BD 相交于点 E ， $AD = BC$ ， $\angle DAB = \angle CBA$ ，求证：
 $AC = BD$.



【答案】证明见解析 .

【解析】在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle BCA$ 中，

$$\begin{cases} AD = BC \\ \angle DAB = \angle CBA , \\ AB = BA \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADB \cong \triangle BCA$ (SAS) ,

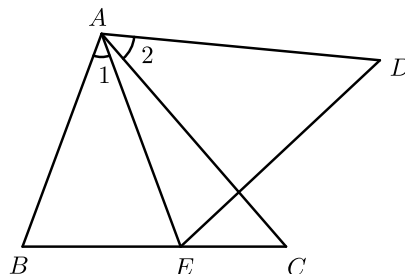
$\therefore AC = BD$.

【标注】【能力】推理论证能力

【知识点】SAS

【知识点】全等三角形的性质

34. 如图， $AC = AD$ ， $BC = ED$ ， $\angle C = \angle D$. 求证： $\angle 1 = \angle 2$.



【答案】证明见解析 .

【解析】 $\because \angle C = \angle D$.

$\because AC = AD$, $BC = ED$,

$$\therefore \triangle BAC \cong \triangle EAD \text{ (SAS) },$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 .$$

【标注】【知识点】全等三角形的性质

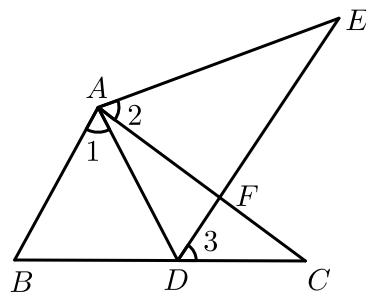
【知识点】SAS

【能力】推理论证能力

3. ASA

练习

35. 如图所示，点 E 在 $\triangle ABC$ 外部，点 D 在 BC 边上， DE 交 AC 于 F ，若 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle E = \angle C$ ， $AE = AC$ ，则（ ）。



- A. $\triangle ABC \cong \triangle AFE$ B. $\triangle AFE \cong \triangle ADC$ C. $\triangle AFE \cong \triangle DFC$ D. $\triangle ABC \cong \triangle ADE$

【答案】D

【解析】 $\because \angle 1 = \angle 2$,

$$\therefore \angle 1 + \angle DAC = \angle 2 + \angle DAC, \text{ 即 } \angle BAC = \angle DAE,$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中,

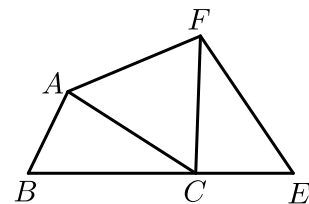
$$\therefore \begin{cases} \angle BAC = \angle DAE \\ AC = AE \\ \angle C = \angle E \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE \text{ (ASA)} .$$

故选D .

【标注】【知识点】ASA

36. 如图，点 B ， C ， E 在同一条直线上， $\angle B = \angle E = \angle ACF = 60^\circ$ ， $AB = CE$ ，则与线段 BC 相等的线段是（ ）。



A. AC

B. AF

C. CF

D. EF

【答案】 D

【解析】 $\because \angle B = \angle E = \angle ACF = 60^\circ$,

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - 60^\circ - \angle ACB = 120^\circ - \angle ACB,$$

$$\angle ECF = 180^\circ - 60^\circ - \angle ACB = 120^\circ - \angle ACB,$$

$$\therefore \angle BAC = \angle ECF,$$

在 $\triangle BAC$ 和 $\triangle ECF$ 中,

$$\begin{cases} \angle BAC = \angle ECF \\ AB = CE \\ \angle B = \angle E \end{cases},$$

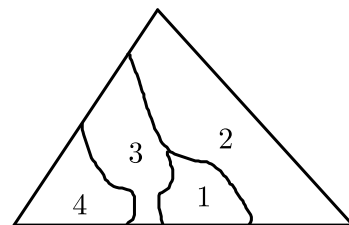
$$\therefore \triangle BAC \cong \triangle ECF (ASA),$$

$$\therefore BC = EF.$$

故选D.

【标注】【知识点】一线三等角模型

37. 小明不慎将一块三角形的玻璃摔碎成如图所示的四块（即图中标有1、2、3、4的四块），你认为将其中的（ ）带去，就能配一块与原来一样大小的三角形．



A. 第1块

B. 第2块

C. 第3块

D. 第4块

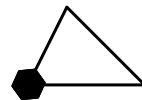
【答案】 B

【解析】 带第2块去，和原三角形的两个角及这两个角的夹边相等，满足ASA判定定理，可以得到与原三角形全等的三角形．

故选B.

【标注】【知识点】全等三角形实际生活中的应用

38. 如图所示，亮亮书上的三角形被墨迹污染了一部分，很快他就根据所学知识画出一个和书上完全一样的三角形，那么这两个三角形完全一样的依据是 _____ .



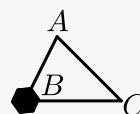
【答案】ASA

【解析】如图所示，亮亮书上的三角形被墨迹污染了一部分，

这部分是 $\angle ABC$ ，边 AB ，边 BC ，而此时亮亮可以量取 $\angle A$ 和 $\angle C$ 度数，

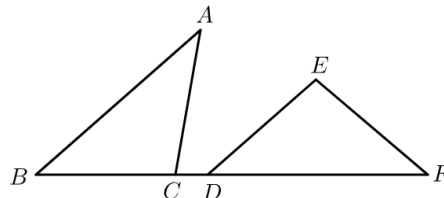
AC 的长度，

利用ASA画一个和书上完全一样的三角形．



【标注】【知识点】全等三角形实际生活中的应用

39. 如图，点 C ， D 在线段 BF 上， $AB \parallel DE$ ， $AB = DF$ ， $\angle A = \angle F$ ．求证： $BC = DE$ ．



【答案】证明见解析．

【解析】 $\because AB \parallel DE$ ，

$$\therefore \angle B = \angle EDF .$$

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FDE$ 中，

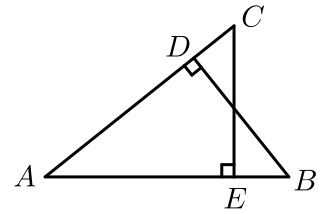
$$\begin{cases} \angle A = \angle F \\ AB = DF \\ \angle B = \angle EDF \end{cases} ,$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle FDE \text{ (ASA)} ,$$

$$\therefore BC = DE .$$

【标注】【知识点】ASA

40. 如图， $BD \perp AC$ 于点 D ， $CE \perp AB$ 于点 E ， $AD = AE$ ．求证： $BE = CD$ ．



【答案】证明见解析 .

【解析】 $\because BD \perp AC$ 于点 D , $CE \perp AB$ 于点 E ,

$$\therefore \angle ADB = \angle AEC = 90^\circ ,$$

在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle AEC$ 中 ,

$$\begin{cases} \angle ADB = \angle AEC \\ AD = AE \\ \angle A = \angle A \end{cases} ,$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle AEC (\text{ASA})$$

$$\therefore AB = AC ,$$

$$\text{又} \because AD = AE ,$$

$$\therefore AC - AD = AB - AE ,$$

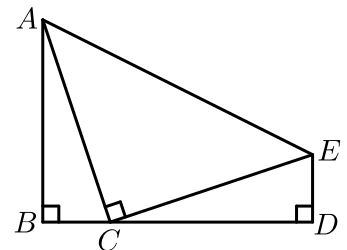
$$\therefore BE = CD .$$

【标注】【知识点】ASA

4. AAS

练习

41. 如图 , $AC = CE$, $\angle ACE = 90^\circ$, $AB \perp BD$, $ED \perp BD$, $AB = 6\text{cm}$, $DE = 2\text{cm}$, 则 BD 等于 () .



A. 6 cm

B. 8 cm

C. 10 cm

D. 4 cm

【答案】B

【解析】 $\because AB \perp BD$, $ED \perp BD$,

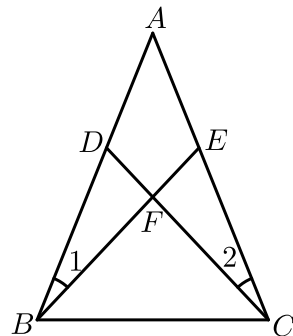
$\therefore \angle B = \angle D = \angle ACE = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BAC + \angle ACB = 90^\circ$, $\angle ACB + \angle ECD = 90^\circ$,
 $\therefore \angle BAC = \angle ECD$,
 $\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 与 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中 ,

$$\begin{cases} \angle B = \angle D \\ \angle BAC = \angle DCE , \\ AC = CE \end{cases}$$

 $\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle CDE (\text{AAS})$,
 $\therefore BC = DE = 2\text{cm}$, $CD = AB = 6\text{cm}$,
 $\therefore BD = BC + CD = 2 + 6 = 8\text{cm}$.

【标注】【知识点】AAS

42. 如图 , 在 $\triangle ABC$ 中 , 已知 $\angle 1 = \angle 2$, $BE = CD$, $AB = 5$, $AE = 2$, 则 $CE =$ _____ .



【答案】3

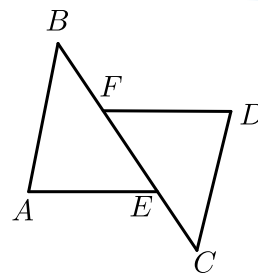
【解析】在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ACD$ 中 ,

$$\begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \\ \angle A = \angle A , \\ BE = CD \end{cases}$$

 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACD (\text{AAS})$,
 $\therefore AD = AE = 2$, $AC = AB = 5$,
 $\therefore CE = BD = AB - AD = 3$.

【标注】【知识点】AAS

43. 如图 , 点 E 、 F 在线段 BC 上 , 且 $BF = CE$, $AE \parallel DF$, 请你补充一个条件 , 使得 $\triangle ABE \cong \triangle DCF$, 你补充的一个条件是 _____ .

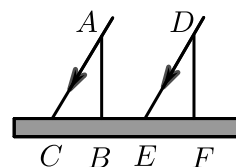


【答案】 $AE = DF$ 或 $\angle A = \angle D$ 或 $\angle B = \angle C$

【解析】 $AE = DF$ 或 $\angle A = \angle D$ 或 $\angle B = \angle C$ ，分别对应判定方法 SAS，AAS，ASA。

【标注】【知识点】多解或多种判定混合

44. 如图，已知太阳光线 AC 和 DE 是平行的，在同一时刻两根高度相同的木杆竖直插在地面上，在太阳光照射下，其影子一样长。这里判断影长相等利用了全等图形的性质，其中判断 $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ 的依据是（ ）。



A. SAS

B. AAS

C. HL

D. ASA

【答案】 B

【解析】 $\because AC \parallel DE$,

$$\therefore \angle ACB = \angle DEF,$$

$\because$ 两根高度相同的木杆竖直插在地面上，

$$\therefore AB = DE, \angle ABC = \angle DFE = 90^\circ,$$

在 $\triangle ACB$ 和 $\triangle DEF$ 中，

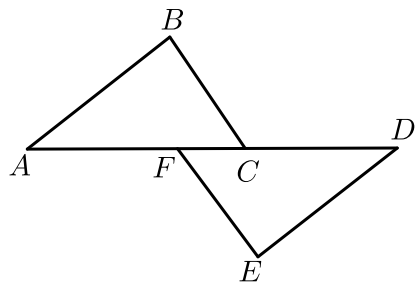
$$\begin{cases} \angle ACB = \angle DEF \\ \angle ABC = \angle DFE, \\ AB = DE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACB \cong \triangle DEF (\text{AAS}),$$

故选：B。

【标注】【知识点】AAS

45. 如图，点 A 、 F 、 C 、 D 在同一条直线上，已知 $AF = DC$ ， $\angle A = \angle D$ ， $BC \parallel EF$ ，求证：
 $AB = DE$ 。



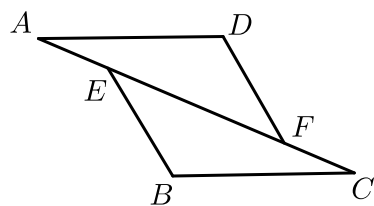
【答案】证明见解析 .

【解析】 $\because AF = CD$,
 $\therefore AC = DF$,
 $\because BC \parallel EF$,
 $\therefore \angle ACB = \angle DFE$,
 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中 ,

$$\begin{cases} \angle A = \angle D \\ AC = DF \\ \angle ACB = \angle DFE \end{cases}$$
 ,
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF$ (ASA) ,
 $\therefore AB = DE$.

【标注】【知识点】ASA

46. 如图 , 已知 : 在 $\triangle AFD$ 和 $\triangle CEB$ 中 , 点 A 、 E 、 F 、 C 在同一直线上 , $AE = CF$, $\angle B = \angle D$, $AD \parallel BC$. 求证 : $AD = BC$.



【答案】证明见解析 .

【解析】 $\because AD \parallel BC$,
 $\therefore \angle A = \angle C$,
 $\because AE = CF$,
 $\therefore AE + EF = CF + EF$,
 即 $AF = CE$,
 $\therefore$ 在 $\triangle ADF$ 和 $\triangle CBE$ 中

$$\begin{cases} \angle B = \angle D \\ \angle A = \angle C, \\ AF = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADF \cong \triangle CBE (\text{AAS}),$$

$$\therefore AD = BC.$$

【标注】【能力】推理论证能力

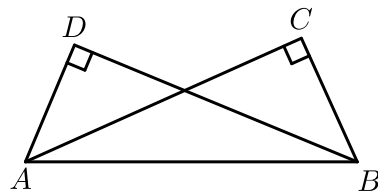
【知识点】全等三角形的性质

【知识点】AAS

5. HL

练习

47. 如图， $AC \perp BC$ ， $BD \perp AD$ ， $AC = BD$ ，则判定 $\triangle ABC$ 与 $\triangle BAD$ 全等的依据是（ ）.



A. HL

B. SAS

C. ASA

D. AAS

【答案】A

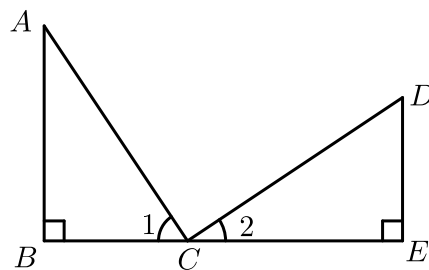
【解析】 $\because AC \perp BC$ ，
 $\therefore \angle C = 90^\circ$ ，
 $\therefore \triangle ABC$ 为直角三角形，
 $\because BD \perp AD$ ，
 $\therefore \angle D = 90^\circ$ ，
 $\therefore \triangle DAB$ 为直角三角形，
 在 $\text{Rt}\triangle DAB$ 和 $\text{Rt}\triangle CBA$ 中，

$$\begin{cases} AC = BD \\ AB = AB \end{cases}$$
 $\therefore \text{Rt}\triangle DAB \cong \text{Rt}\triangle CBA (\text{HL})$.
 故选A.

【标注】【知识点】HL

48.

已知，如图， B 、 C 、 E 三点在同一条直线上， $AC = CD$ ， $\angle B = \angle E = 90^\circ$ ， $AB = CE$ ，则不正确的结论是（ ）。



- A. $\angle A$ 与 $\angle D$ 互为余角 B. $\angle A = \angle 2$ C. $\triangle ABC \cong \triangle CED$ D. $\angle 1 = \angle 2$

【答案】 D

【解析】 $\because \angle B = \angle E = 90^\circ$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle CED$ 中，

$$\begin{cases} AC = CD \\ AB = CE \end{cases}$$

$\text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle CED (\text{HL})$ ，故C选项正确。

$\therefore \angle A = \angle 2$ ， $\angle 1 = \angle D$ ，故B选项正确。

又 $\because \angle A + \angle 1 = 90^\circ$ ， $\angle 2 + \angle D = 90^\circ$ ，

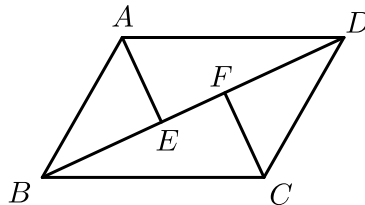
$\therefore \angle A + \angle D = 90^\circ$ ，故A选项正确。

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ ，故D选项错误。

故选D。

【标注】【知识点】三垂直模型

49. 如图，已知 $AD = BC$ ， $AE \perp BD$ 、 $CF \perp BD$ 于点 E 、 F 且 $AE = CF$ ， $\angle ADB = 30^\circ$ ，则 $\angle DBC = \underline{\quad\quad}^\circ$ 。



【答案】 30

【解析】 $\because AD = BC$ ， $AE \perp BD$ 、 $CF \perp BD$ ，

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle AED$ 和 $\text{Rt}\triangle CFB$ 中，

$\because AE = CF$ ， $AD = BC$ ，

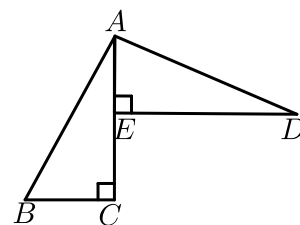
$\therefore \triangle AED \cong \triangle CFB$,
 $\therefore \angle DBC = \angle ADB = 30^\circ$.
 故答案为：30 .

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

【知识点】HL

【能力】运算能力

50. 如图， $AC \perp BC$ 于点 C ， $DE \perp AC$ 于点 E ， $BC = AE$ ， $AB = AD$ ，则 $\angle BAD = \underline{\quad\quad}^\circ$.



【答案】90

【解析】 $\because AC \perp BC$ 于点 C ， $DE \perp AC$ 于点 E ，
 $\therefore$ 两个三角形都为直角三角形 .
 $\because BC = AE$ ， $AB = AD$ ，
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle DAE$ ，
 $\therefore \angle BAC = \angle ADE$ ，
 $\because \angle ADE + \angle EAD = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle BAC + \angle EAD = 90^\circ$ ，
 $\therefore \angle BAD = 90^\circ$.

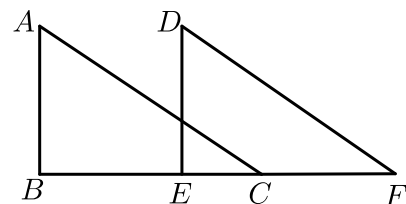
【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

【知识点】HL

【能力】推理论证能力

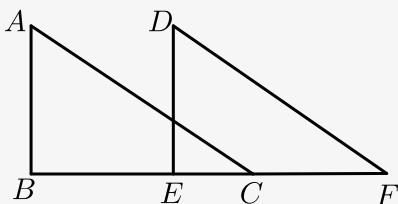
【能力】运算能力

51. 如图， $AB \perp BF$ ， $DE \perp BF$ ，垂足分别为 B ， E ， C 为 BF 上一点，且 $AB = DE$ ， $AC = DF$ ，求证： $BE = CF$.



【答案】证明见解析 .

【解析】如图 ,



$$\because AB \perp BF, DE \perp BF,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle DEF = 90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DEF$ 中 ,

$$\begin{cases} AB = DE \\ AC = DF \end{cases}$$

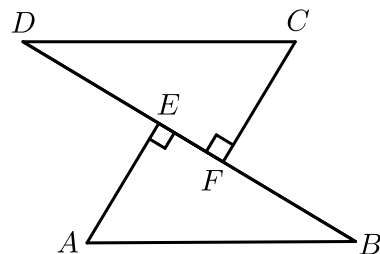
$$\therefore \text{Rt}\triangle ABC \cong \text{Rt}\triangle DEF \text{ (HL)},$$

$$\therefore BC = EF,$$

$$\therefore BC - EC = EF - BC, \text{ 即 } BE = CF.$$

【标注】【知识点】全等三角形的对应边与角

52. 如图 , 已知 $AB = CD$, $AE \perp BD$, $CF \perp BD$, 垂足分别为 E , F , $BF = DE$, 求证 : $AB \parallel CD$.



【答案】证明见解析 .

【解析】 $\because AE \perp BD, CF \perp BD,$

$$\therefore \angle AEB = \angle CFD = 90^\circ,$$

$$\because BF = DE,$$

$$\therefore BF + EF = DE + EF ,$$

$$\therefore BE = DF .$$

在 $\text{Rt}\triangle AEB$ 和 $\text{Rt}\triangle CFD$ 中 ,

$$\begin{cases} AB = CD \\ BE = DF \end{cases} ,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle AEB \cong \text{Rt}\triangle CFD (\text{HL}) ,$$

$$\therefore \angle B = \angle D ,$$

$$\therefore AB \parallel CD .$$

【标注】【知识点】HL